

Câu 1 (1,5 điểm):

Thực hiện phép tính (*tính nhanh nếu có*)

a) $A = 2013 - [39 - (2^3 \cdot 3 - 21)^2] : (-3)$

b) $B = \frac{5}{7} \cdot \frac{6}{11} + \frac{5}{11} \cdot \frac{1}{7} - \frac{5}{7} \cdot \frac{14}{11}$

c) $C = 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{999\dots9}_{2022 \text{ c/s } 9}$

Câu 2 (1,5 điểm): Tìm x , biết:

a) $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} : \left(x - \frac{2}{3}\right) = \frac{5}{4}$

b) $3^{x-5} + 22 = 7^{2024} : 7^{2022}$

c) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{10}\right)x = \frac{1}{9} + \frac{2}{8} + \frac{3}{7} + \dots + \frac{9}{1}$

Câu 3 (2,5 điểm):

a) Cho $A = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{23} + 2^{24}$. Chứng tỏ rằng $A : 42$

b) Tìm các chữ số a, b thỏa mãn $(\overline{1a3b})^2$ chia hết cho cả 5 và 9

c) Cho p và $8p-1$ là các số nguyên tố. Hỏi $8p+1$ là số nguyên tố hay hợp số? Vì sao?

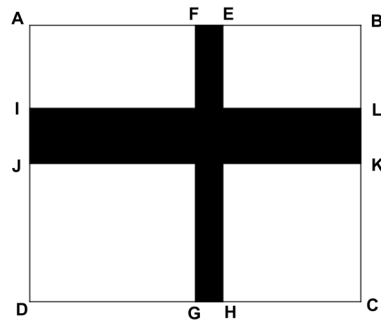
Câu 4 (2,5 điểm)

a) Một đội máy cày ngày thứ nhất cày được 50% cánh đồng và thêm 3ha nữa. Ngày thứ hai cày được 25% phần còn lại của cánh đồng và 9ha cuối cùng. Hỏi diện tích cánh đồng đó là bao nhiêu ha?

b) Tìm số tự nhiên nhỏ nhất sao cho khi chia cho 3 thì dư 2, khi chia cho 7 thì dư 6 khi chia cho 25 thì dư 24.

c) Chứng minh rằng phân số $\frac{2n^2+3}{3n^2+5}$ là phân số tối giản với mọi số nguyên n .

Câu 5 (1,0 điểm): Cho hình vẽ sau:



Biết hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 12\text{cm}$, $AD = 10\text{cm}$, $AE = 7\text{cm}$,
 $CG = 6\text{cm}$, $AJ = 5\text{cm}$, $CL = 7\text{cm}$. Tính diện tích phần được tô đậm.

Câu 6 (1,0 điểm):

Cho biểu thức $A = \frac{1}{3} - \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} - \frac{4}{3^4} + \dots + \frac{2023}{3^{2023}} - \frac{2024}{3^{2024}}$. Hãy so sánh A và $\frac{3}{16}$.

----- Hết -----

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay.

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1 (1,5đ)	a	$A = 2013 - [39 - (2^3 \cdot 3 - 21)^2] : (-3)$ $= 2013 - [39 - (8 \cdot 3 - 21)^2] : (-3)$ $= 2013 - [39 - 3^2] : (-3)$ $= 2013 - 30 : (-3) = 2013 + 10 = 2023$ <p>Vậy $A = 2023$</p>	0,25đ 0,25đ
	b	$B = \frac{5}{7} \cdot \frac{6}{11} + \frac{5}{11} \cdot \frac{1}{7} - \frac{5}{7} \cdot \frac{14}{11} = \frac{5}{7} \cdot \frac{5}{11} + \frac{5}{7} \cdot \frac{2}{11} - \frac{5}{7} \cdot \frac{14}{11}$ $= \frac{5}{7} \cdot (\frac{5}{11} + \frac{2}{11} - \frac{14}{11}) = \frac{5}{7} \cdot \frac{-7}{11} = \frac{-5}{11}$ <p>Vậy $B = \frac{-5}{11}$</p>	0,25đ 0,25đ
	c	$9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{999\dots9}_{2022 \text{ c/s } 9}$ $= 10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{2021} + 10^{2022} - 2022$ $= \underbrace{111\dots1110}_{2022 \text{ c/s } 1} - 2022 = \underbrace{111\dots109088}_{2023 \text{ c/s}}$	0,25đ 0,25đ
2 (1,5đ)	a	$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} : \left(x - \frac{2}{3}\right) = \frac{5}{4}$ $\frac{1}{4} : \left(x - \frac{2}{3}\right) = \frac{3}{4} - \frac{5}{4}$ $\Rightarrow \frac{1}{4} : \left(x - \frac{2}{3}\right) = \frac{-1}{2}$ $\Rightarrow \left(x - \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{4} : \frac{-1}{2}$ $\Rightarrow x - \frac{2}{3} = \frac{-1}{2}$ $\Rightarrow x = \frac{1}{6}$ <p>Vậy $x = \frac{1}{6}$</p>	0,25đ 0,25đ

	b	$3^{x-5} + 22 = 7^{2024} : 7^{2022}$ $3^{x-5} + 22 = 7^2$ $3^{x-5} = 49 - 22$ $3^{x-5} = 27$ $3^{x-5} = 3^3$ $x - 5 = 3$ $x = 8$ Vậy $x = 8$	0,25đ
			0,25đ
	c	$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{10}\right)x = \frac{1}{9} + \frac{2}{8} + \frac{3}{7} + \dots + \frac{9}{1}$ $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{10}\right)x = \left(\frac{1}{9} + 1\right) + \left(\frac{2}{8} + 1\right) + \left(\frac{3}{7} + 1\right) + \dots + \left(\frac{8}{2} + 1\right) + \frac{10}{10}$ $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{10}\right)x = \frac{10}{9} + \frac{10}{8} + \frac{10}{7} + \dots + \frac{10}{2} + \frac{10}{1}$ $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{10}\right)x = 10 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{10}\right)$ $\Rightarrow x = 10$ Vậy $x = 10$	0,25đ
			0,25đ
3 (2,5đ)	a	Có $A = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{23} + 2^{24}$ $= (2 + 2^2) + (2^3 + 2^4) + \dots + (2^{23} + 2^{24})$ $= (2 + 2^2) + 2^2(2 + 2^2) + \dots + 2^{22}(2 + 2^2)$ Ta có: $(2 + 2^2) = 6 : 6$ nên tất các các nhóm trên đều chia hết cho 6 $\Rightarrow A : 6 \text{ (1)}$ Có $A = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{23} + 2^{24}$ $= (2 + 2^2 + 2^3) + (2^4 + 2^5 + 2^6) + \dots + (2^{22} + 2^{23} + 2^{24})$ $= 2(1 + 2 + 2^2) + 2^4(1 + 2 + 2^2) + \dots + 2^{22}(1 + 2 + 2^2)$ Ta có: $(1 + 2 + 2^2) = 7 : 7$ nên tất các các nhóm trên đều chia hết cho 7. $\Rightarrow A : 7 \text{ (2)}$ Từ (1) và (2) $\Rightarrow A : 42$	0,5đ
			0,5đ
	b	Vì $(\overline{1a3b})^2$ chia hết cho 5 suy ra $b = 0$ hoặc 5 *) Xét $b = 0$ có $(\overline{1a30})^2$ chia hết cho 9 suy ra $\overline{1a30}$ chia hết cho 3 suy ra $1 + a + 3$ chia hết cho 3 mà a là chữ số nên $a \in \{2; 5; 8\}$ *) Xét $b = 5$ có $(\overline{1a35})^2$ chia hết cho 9 suy ra $\overline{1a35}$ chia hết cho 3	0,25đ 0,25đ

		<p>suy ra $1 + a + 3 + 5$ chia hết cho 3 mà a là chữ số nên $a \in \{0; 3; 6; 9\}$.</p> <p>Vậy các cặp $(a; b)$ cần tìm là: $(2; 0), (5; 0), (8; 0), (0; 5), (3; 5), (6; 5), (9; 5)$</p>	0,25đ
	c	<p>Ta xét các trường hợp:</p> <p>+ Nếu $p = 2 \Rightarrow 8p - 1 = 16 - 1 = 15$ là hợp số (loại vì $8p - 1$ là số nguyên tố)</p> <p>+ Xét $p > 2$</p> <p>- Nếu $p = 3$ thì $8p - 1 = 23$ là số nguyên tố,</p> <p> Khi đó: $8p + 1 = 8.3 + 1 = 25$ là hợp số.</p> <p>- Với $p > 3$ ta có tích $(8p - 1).8p.(8p + 1) : 3$ (vì tích của ba số tự nhiên luôn chia hết cho 3) mà p và $8p - 1$ là hai số nguyên tố nên $(8p + 1) : 3$</p> <p>Vậy $8p + 1$ là hợp số.</p>	0,25đ 0,25đ
	a	<p>Ngày thứ hai cày được số diện tích là: $9 : \frac{3}{4} = 12$ (ha)</p> <p>Diện tích cánh đồng đó là: $(12 + 3) : \frac{50}{100} = 30$ (ha)</p> <p>Vậy diện tích cánh đồng đó là 30 ha</p>	0,25đ 0,25đ 0,25đ
4 (2,5đ)	c	<p>Gọi x là số cần tìm.</p> <p>Vì x chia 3 dư 2, x chia cho 7 thì dư 6, x chia cho 25 thì dư 24.</p> <p>Nên $x + 1$ chia hết cho 2, 7, 25.</p> <p>Theo bài cho x nhỏ nhất. Do đó $x + 1 = \text{BCNN}(2, 7, 25) = 350$.</p> <p>$\Rightarrow x + 1 = 350 \Rightarrow x = 349$</p> <p>Vậy số cần tìm là 349.</p>	0,25đ 0,25đ 0,25đ
	c	<p>Gọi $\text{ƯCLN}(2n^2 + 3, 3n^2 + 5) = d$ với $d \in \mathbb{N}^*$</p> <p>$\Rightarrow 2n^2 + 3 : d$ và $3n^2 + 5 : d$</p> <p>$\Rightarrow 3(2n^2 + 3) : d$ và $2(3n^2 + 5) : d$</p> <p>$\Rightarrow 2(3n^2 + 5) - 3(2n^2 + 3) : d$</p> <p>$\Rightarrow 1 : d \Rightarrow d = 1$</p> <p>$\Rightarrow$ phân số $\frac{2n^2 + 3}{3n^2 + 5}$ là phân số tối giản với mọi số nguyên n.</p>	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
5 (1,0đ)		<p>Ta có: $EF = AE + FB - AB = AE + CG - AB = 7 + 6 - 12 = 1$ (cm)</p> <p>Diện tích hình chữ nhật $EFGH$ là: $1.10 = 10$ (cm²).</p> <p>Ta có: $IJ = AJ + ID - AD = AJ + CL - AD = 5 + 7 - 10 = 2$ (cm)</p> <p>Diện tích hình chữ nhật $IJKL$ là: $2.12 = 24$ (cm²)</p> <p>Diện tích phần được tô đậm là: $10 + 24 - 1.2 = 33$ (cm²)</p>	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ

6 (1,0đ)		$A = \frac{1}{3} - \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} - \frac{4}{3^4} + \dots + \frac{2023}{3^{2023}} - \frac{2024}{3^{2024}}$	0,25đ
		$\Rightarrow 3A = 1 - \frac{2}{3} + \frac{3}{3^2} - \frac{4}{3^3} + \dots + \frac{2023}{3^{2022}} - \frac{2024}{3^{2023}}$	
		$\Rightarrow 4A = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{2022}} - \frac{1}{3^{2023}} - \frac{2024}{3^{2024}}$	0,25đ
		$\Rightarrow 12A = 3 - 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^{2021}} - \frac{1}{3^{2022}} - \frac{2024}{3^{2023}}$	
		$\Rightarrow 16A = 3 - \frac{2025}{3^{2023}} - \frac{2024}{3^{2024}} < 3$	0,25đ
		$\Rightarrow A < \frac{3}{16}$	0,25đ
TỔNG			10,00

** Chú ý: Học sinh có thể làm cách khác, nếu đúng vẫn cho điểm tối đa.*

----- Hết -----