

Họ và tên thí sinh : .....Số báo danh .....

Họ và tên, chữ ký: Giám thị thứ nhất: .....

Giám thị thứ hai: .....

**Câu 1 (4,0 điểm)** Tính giá trị các biểu thức sau:

a)  $\left(\frac{2}{123} + \frac{2023}{2022}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} - \frac{2}{15}\right)$ .

b)  $\frac{2}{3} + \frac{19}{6} : 19 - \frac{1}{32} \cdot (-4)^2$ .

c)  $30 + 32 + 34 + \dots + 68$ .

d)  $\frac{4}{3} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{16}{15} \dots \frac{400}{399}$ .

**Câu 2 (4,0 điểm)** Tìm  $x$ , biết:

a)  $\frac{2}{7} \cdot x - \frac{14}{21} = \frac{1616}{2121}$ .

b)  $6(x+11) - 7(2-x) = 26$ .

c)  $2021 + \frac{3}{3 + \frac{3}{3-x}} = 2023$ .

d)  $\frac{3}{x} + \frac{x}{x+1} + \frac{x-3}{x} = \frac{13}{7}$ .

**Câu 3 (4,5 điểm)**

a) Chứng minh phân số  $\frac{21n+2}{12n+1}$  là phân số tối giản với mọi số tự nhiên  $n$ .

b) Tìm các số tự nhiên  $a, b, c$  nhỏ nhất khác 0 sao cho  $12a = 20b = 35c$ .

c) Tìm tất cả các cặp số nguyên  $x, y$  sao cho  $x \cdot (y-2) + y = 3$ .

**Câu 4 (4,0 điểm)**

Khu vườn hình chữ nhật của nhà bác Nam có chiều rộng là 8m, chiều dài gấp ba lần chiều rộng.

a) Tính diện tích của khu vườn của nhà bác Nam.

b) Bác Nam định dựng cọc rào để làm hàng rào xung quanh khu vườn. Bác dựng 4 cọc rào ở 4 góc vườn và dọc theo các cạnh của khu vườn sao cho giữa hai cọc rào liên tiếp cách nhau 2m. Hỏi bác Nam cần mua bao nhiêu cọc rào và số tiền để mua cọc rào hết bao nhiêu? Biết giá tiền mỗi cọc rào là 240 nghìn đồng.

**Câu 5 (1,0 điểm)**

Một cái sân hình vuông được lát bởi những viên gạch hình vuông có cùng kích thước. Biết tổng số viên gạch nằm trên hai đường chéo là 31 viên. Tính tổng số viên gạch được lát trên nền sân đó.

**Câu 6 (2,0 điểm)**

a) Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 bạn nữ và 2 bạn nam ngồi thành một hàng sao cho các bạn nữ không được ngồi cạnh nhau?

b) Tìm các số nguyên tố  $x, y$  sao cho  $x^2 + 165 = y^2$ .

-----Hết-----

Câu	Nội dung	Điểm
<b>Câu 1:</b> (4,0 điểm)	<b>a) (1,0 điểm)</b>	
	$\left(\frac{2}{123} + \frac{2023}{2022}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} - \frac{2}{15}\right)$ $= \left(\frac{2}{123} + \frac{2023}{2022}\right) \cdot \left(\frac{5}{15} - \frac{3}{15} - \frac{2}{15}\right) = \left(\frac{2}{123} + \frac{2023}{2022}\right) \cdot 0 = 0$	1,0
	<b>b) (1,0 điểm)</b>	
	$\frac{2}{3} + \frac{19}{6} : 19 - \frac{1}{32} \cdot (-4)^2 = \frac{2}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{2} = \frac{4}{6} + \frac{1}{6} - \frac{3}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$	1,0
	<b>c) (1,0 điểm)</b>	
	$30 + 32 + 34 + \dots + 68.$ $= 2 \cdot (15 + 16 + 17 + \dots + 34)$ <p style="text-align: center;">(có <math>(34 - 15) + 1 = 20</math> số hạng trong ngoặc)</p> $= 2 \cdot (15 + 34) \cdot 20 : 2 = 980$	1,0
<b>Câu 2:</b> (4,0 điểm)	<b>d) (1,0 điểm)</b>	
	$\frac{4}{3} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{16}{15} \cdots \frac{400}{399}$ $= \frac{2 \cdot 2}{1 \cdot 3} \cdot \frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 4} \cdot \frac{4 \cdot 4}{3 \cdot 5} \cdots \frac{20 \cdot 20}{19 \cdot 21} = \frac{(2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots 20) \cdot (2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots 20)}{(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots 19) \cdot (3 \cdot 4 \cdot 5 \cdots 21)} = \frac{20 \cdot 2}{1 \cdot 21} = \frac{40}{21}$	1,0
	<b>a) (1,0 điểm)</b>	
	$a) \frac{2}{7} \cdot x - \frac{14}{21} = \frac{1616}{2121} \Rightarrow \frac{2}{7} \cdot x - \frac{2}{3} = \frac{16}{21}$	0,25
	$\Rightarrow \frac{2}{7} \cdot x = \frac{16}{21} + \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2}{7} \cdot x = \frac{16}{21} + \frac{14}{21}$	0,5
	$\Rightarrow \frac{2}{7} \cdot x = \frac{30}{21} \Rightarrow x = \frac{30}{21} : \frac{2}{7} \Rightarrow x = 5.$ <p>Vậy <math>x = 5</math>.</p>	0,25
	<b>b) (1,0 điểm)</b>	
	$6(x+11) - 7(2-x) = 26 \Rightarrow 6x + 66 - 14 + 7x = 26$	0,5
	$\Rightarrow 13x = -26 \Rightarrow x = -2. \text{ Vậy } x = -2.$	0,5
	<b>c) (1,0 điểm)</b>	
	$2021 + \frac{3}{3 + \frac{3}{3-x}} = 2023. \quad (x \neq 3; x \neq 4)$ $\Rightarrow \frac{3}{3 + \frac{3}{3-x}} = 2023 - 2021 \Rightarrow \frac{3}{3 + \frac{3}{3-x}} = 2$	0,25

	$\Rightarrow 3 + \frac{3}{3-x} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{3}{3-x} = \frac{3}{2} - 3 \Rightarrow \frac{3}{3-x} = \frac{3}{-2}$	0,5
	$\Rightarrow 3-x = -2 \Rightarrow x = 3+2 \Rightarrow x = 5. \text{ (tm). Vậy } x = 5.$	0,25
	<b>d) (1,0 điểm)</b>	
	$\frac{3}{x} + \frac{x}{x+1} + \frac{x-3}{x} = \frac{13}{7}. \quad (x \neq 0; x \neq -1)$ $\Rightarrow \left( \frac{3}{x} + \frac{x-3}{x} \right) + \frac{x}{x+1} = \frac{13}{7}$ $\Rightarrow 1 + \frac{x}{x+1} = \frac{13}{7}$	0,5
	$\Rightarrow \frac{x}{x+1} = \frac{6}{7} \Rightarrow x = 6 \text{ (tm)}$ Vậy $x = 6.$	0,5
<b>Câu 3:</b> (4,5 điểm)	<b>a) (1,5 điểm)</b>	
	a) Gọi $d = \text{ƯCLN}(21n+2, 12n+1) \quad (n \in \mathbb{N}, d \in \mathbb{N}^*)$ $\Rightarrow (21n+2):d; (12n+1):d$	0,5
	$\Rightarrow 4.(21n+2) - 7.(12n+1):d$ $\Rightarrow 1:d$	0,5
	$\Rightarrow d = 1, \quad (d \in \mathbb{N}^*)$ Vậy phân số $\frac{21n+2}{12n+1}$ tối giản với mọi số tự nhiên $n$	0,5
	<b>b) (1,5 điểm)</b>	
	Đặt $12a = 20b = 35c = x$ $\Rightarrow x:12; x:20; x:35.$	0,5
	mà $a, b, c$ nhỏ nhất, khác 0 nên $x$ nhỏ nhất khác 0 do đó $x = \text{BCNN}(12, 20, 35)$	0,5
	$\Rightarrow x = 420$ Tìm được $a = 35; b = 21; c = 12.$	0,5
	<b>c) (1,5 điểm)</b>	
	$x.(y-2) + y = 3. \quad (x, y \in \mathbb{Z})$ $\Rightarrow x(y-2) + (y-2) = 1. \Rightarrow (x+1)(y-2) = 1$	0,5
	$\Rightarrow y-2; x+1 \in \text{Ư}(1) \Rightarrow y-2; x+1 \in \{1; -1\}$	0,5
	Giải tìm được 2 cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn là: $(0; 3); (-2; 1).$	0,5
<b>Câu 4:</b> (4,0 điểm)	<b>a) (2,0 điểm)</b>	
	Chiều dài của khu vườn là: $3.8 = 24 \text{ (m)}$	0,5
	Diện tích của khu vườn nhà bác Nam là: $8. 24 = 192 \text{ (m}^2\text{)}$	1,5
	<b>b) (2,0 điểm)</b>	
	Chu vi của khu vườn hình chữ nhật của nhà bác Nam là: $(8 + 24).2 = 64 \text{ (m)}$	0,5
	Vì khoảng cách giữa hai cọc rào liên tiếp là 2m nên số khoảng cách là	

	bằng số cọc rào và bằng: $64 : 2 = 32$ (cột rào)	1,0
	Số tiền bác Nam phải trả khi mua cọc rào là: $32.240 = 7\,680$ (nghìn đồng)	0,5
<b>Câu 5:</b> (1,5 điểm)	Số viên gạch trên một đường chéo của sân là: $(31 + 1) : 2 = 16$ (viên)	0,5
	Số viên gạch trên một đường chéo bằng với số viên gạch trên mỗi cạnh của sân là 16 viên.	0,5
	Tổng số viên gạch để lát nền sân đó là: $16.16 = 256$ (viên gạch)	0,5
<b>Câu 6:</b> (2,0 điểm)	<b>a) (1,0 điểm)</b>	
	Có 5 vị trí sắp xếp thành một hàng là 1; 2; 3; 4; 5. Để các bạn nữ không được ngồi cạnh nhau thì cần xếp 3 bạn nữ vào vị trí thứ 1; 3; 5 và xếp 2 bạn nam vào vị trí thứ 2; 4.	0,25
	Số cách xếp 3 bạn nữ vào 3 vị trí thứ 1; 3; 5 là $3.2.1 = 6$ (cách)	0,25
	Số cách xếp 2 bạn nam vào 2 vị trí thứ 2; 4 là $2.1 = 2$ (cách)	0,25
	Vậy số cách sắp xếp thỏa mãn là: $6.2 = 12$ (cách).	0,25
	<b>b) (1,0 điểm)</b>	
	$x^2 + 165 = y^2$ ( $x, y$ là số nguyên tố). - Với $x = 2$ thì $2^2 + 165 = y^2$ $\Rightarrow y^2 = 169 \Rightarrow y = 13$ (vì $y$ là số nguyên tố)	0,25
	- Với $x > 2, x$ là số nguyên tố nên $x$ lẻ $\Rightarrow y^2 = x^2 + 165$ là số chẵn $\Rightarrow y^2$ là số chẵn $\Rightarrow y$ là chẵn, mà $y$ nguyên tố nên $y = 2$	0,5
	$\Rightarrow 2^2 = x^2 + 165 \Rightarrow x^2 = 163$ (loại) (vì $x^2$ là số chính phương, 163 không là số chính phương). Vậy $x = 2; y = 13$ là giá trị cần tìm.	0,25

**Lưu ý:**

- Lời giải trong hướng dẫn chấm chỉ trình bày tóm tắt, học sinh trình bày hoàn chỉnh, lý luận chặt chẽ mới cho điểm tối đa.
- Học sinh có thể trình bày nhiều cách giải khác nhau nếu đúng thì cho điểm tương ứng.