

Đề Thi Chọn Học Sinh Giỏi Lớp 9 Tỉnh Phú Thọ 2018-2019

1. a) Chứng minh rằng trong 5 số nguyên dương đôi một phân biệt luôn tồn tại 4 số có tổng là hợp số.

b) Bạn Thắng lần lượt chia số 2018 cho $1; 2; 3; 4; \dots; 2018$ rồi viết ra 2018 số dư tương ứng sau đó bạn Việt chia số 2019 cho $1; 2; 3; 4; \dots; 2019$ rồi viết ra 2019 số dư tương ứng. Hỏi ai có tổng số dư lớn hơn và lớn hơn bao nhiêu.

2. a) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2(x+y) - xy + 1 & = 0 \\ x^3 + y^3 + 3(x+y) + 32 & = 0 \end{cases}$$

b) Giải phương trình

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (10 - 11x)(x + 1).$$

3. Cho tam giác ABC nội tiếp (O) , D thuộc đoạn BC (D không trùng B, C) và (O') tiếp xúc trong với O tại K , tiếp xúc với đoạn CD, AD tại F, E . Các đường thẳng KF, KE cắt (O) tại M, N .

a) Chứng minh rằng $MN \parallel EF$.

b) Chứng minh rằng MC tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác KFC . c) Chứng minh EF luôn đi qua điểm cố định khi D chạy trên BC .

4. Cho các số thực $x_1, x_2, \dots, x_n \in [0; 1]$. Chứng minh rằng

$$(1 + x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n)^2 \geq 4(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_n^2).$$