

Thời gian: 120 phút làm bài

Bài 1. (3,0 điểm).

Cho biểu thức: $A = \left(\frac{x}{x-3} + \frac{2}{x+3} - \frac{x^2+3}{9-x^2} \right) : \frac{x^2+2}{x-3}$

1. Rút gọn biểu thức A.
2. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức A.

Bài 2. (4,0 điểm).

1. Cho hai đa thức $f(x) = (x+1)(x+2)(x+3)(x+4)(x+5) + 2014$ và $g(x) = x^2 + 7x + 8$. Tìm đa thức dư trong phép chia đa thức $f(x)$ cho đa thức $g(x)$.

2. Cho hai đa thức: $f(x) = x^3 - x - 6$ và $g(x) = x^2 + ax + b$. Xác định a và b để đa thức $f(x)$ chia hết cho đa thức $g(x)$. Khi đó tìm đa thức thương.

Bài 3. (4,0 điểm). Giải các phương trình sau:

1) $\frac{2x - 2026}{1009} = \frac{x - 1012}{1010} + \frac{x - 1011}{1011}$

2) $\frac{x^2 + 4x + 6}{x + 2} + \frac{x^2 + 16x + 72}{x + 8} = \frac{x^2 + 8x + 20}{x + 4} + \frac{x^2 + 12x + 42}{x + 6}$

Bài 4. (2,0 điểm). Cho hai số dương a và b thỏa mãn $a + b \leq 2$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M = \frac{1}{a^2 + b^2} + ab + \frac{2}{ab}$

Bài 5. (5,0 điểm).

Cho hình vuông ABCD có AC và BD cắt nhau tại O. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và CD; AN cắt DM tại E. Chứng minh rằng:

- 1) $AN \perp DM$ và $OD^2 = DE \cdot DM$
- 2) Góc EBC bằng hai lần góc ECD
- 3) EM là tia phân giác của góc OEC

Bài 6. (2,0 điểm).

Cho ΔABC đều cố định; gọi M là trung điểm của BC. Hai điểm E và F theo thứ tự lần lượt di chuyển trên cạnh AB và cạnh AC sao cho $EMF = 60^\circ$ ($E \neq A$ và B ; $F \neq A$ và C). Xác định vị trí điểm E trên cạnh AB sao cho $AE + AF$ lớn nhất.

-----Hết-----